

Лабораторная работа №4

Общий ядерный практикум Физического факультета МГУ. Версия 3.0, октябрь 2017

Взаимодействие электронов с веществом.

Определение пробега электронов β -распада методом поглощения

Целью работы является изучение механизма взаимодействия электронов с веществом. С помощью метода поглощения определяется максимальный пробег электронов, образующихся при β -распаде.

1. Введение
2. β -распад
3. Взаимодействие электронов и позитронов с веществом
4. Порядок выполнения лабораторной работы
5. Обработка результатов измерений
6. Контрольные вопросы и задачи

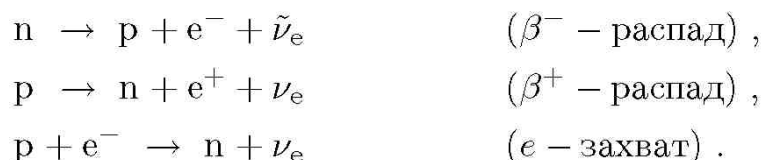
1. Введение

При прохождении через вещество любая заряженная частица взаимодействует с атомами этого вещества. Регистрация частиц также происходит в результате их взаимодействия с веществом детектора. Взаимодействие частиц с веществом зависит от их типа, заряда, массы и энергии. Заряженные частицы ионизируют атомы вещества, взаимодействуя с электронами в атомах. Взаимодействие частиц зависит от таких характеристик вещества как плотность, атомный номер и средний ионизационный потенциал вещества.

Каждое взаимодействие приводит к потере энергии частицы и изменению траектории её движения. В случае пучка заряженных частиц с кинетической энергией E , проходящих слой вещества, их энергия уменьшается по мере прохождения вещества, разброс энергий увеличивается, пучок расширяется за счёт многократного рассеяния. Между проходящей в среде частицей и частицами вещества (электронами, атомными ядрами) могут происходить различные реакции. Как правило, их вероятность заметно меньше, чем вероятность ионизации. Однако, реакции необходимо учитывать в тех случаях, когда взаимодействующая с веществом частица является нейтральной. Например, нейтрино можно зарегистрировать только по их взаимодействию с электронами атомов или нуклонами ядер вещества детектора. Нейтроны регистрируются по протонам отдачи или по ядерным реакциям, которые они вызывают.

Атомные ядра могут самопроизвольно испускать лептоны (электроны, позитроны, нейтрино и антинейтрино). Эти процессы называются β -распадом. При β -распаде массовое число ядра (число нуклонов A) не изменяется, а заряд его (Z) изменяется на 1. Существуют три типа β -распада: β^- -распад, β^+ -распад и e^- -захват, т. е. захват электрона ядром с одной из ближайших к ядру оболочек атома. При β -распаде совершаются следующие превращения нуклонов внутри

ядра:



Здесь e^{-} и e^{+} - электрон и позитрон, ν_e и $\tilde{\nu}_e$ - электронное нейтрино и электронное антинейтрино.

Нейтрон распадается вышеприведенным способом также и в свободном состоянии с периодом полураспада $T_{1/2} = 11,7$ мин. Вторая из написанных реакций может идти лишь для связанного в атомном ядре протона. Свободный протон не может распадаться на нейтрон, позитрон и электронное нейтрино, т.к. масса протона меньше массы нейтрона. Однако, для связанного в атомном ядре протона β^{+} -распад становится возможным.

β -распад происходит в результате слабого взаимодействия. Периоды полураспада β -активных ядер заключены в интервале 0,1 с - 10^{17} лет. То, что β -распад может происходить за времена значительно большие, чем α -распад, объясняется большой разницей в интенсивности слабых и ядерных взаимодействий. На малую интенсивность слабых взаимодействий указывает также большое время жизни нейтрона. γ -переходы в ядрах со сравнимой энергией, обусловленные электромагнитным взаимодействием, происходят в среднем за 10^{-12} с.

Энергии, выделяющиеся при β -распаде, заключены в интервале от 18,61 кэВ для трития



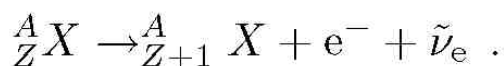
до 13,4 МэВ для тяжелого изотопа бора ${}^{12}\text{B}$:

2. Бета-распад

За β -распад ответственно слабое взаимодействие. Принимающие в нём участие лептоны [электроны, позитроны, (анти)нейтрино] не участвуют в сильных взаимодействиях, а (анти)нейтрино участвуют только в слабых взаимодействиях.

Существуют три вида β -распада.

β^{-} -распад. Реакция β^{-} -распада имеет вид



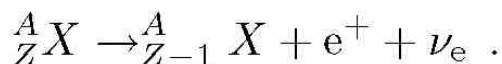
В силу сохранения лептонного заряда электрон e^{-} рождается вместе с электронным антинейтрино $\tilde{\nu}_e$. Необходимым условием распада является положительность энергии распада E_{β}

$$E_{\beta} = M(A, Z) - M(A, Z + 1) - m_e > 0 ,$$

где m_e - масса электрона, M - массы ядер. Энергия распада выделяется в

форме кинетических энергий продуктов распада - дочернего ядра, электрона и антинейтрино. Однако, поскольку масса электрона много меньше массы дочернего ядра, а у антинейтрино масса очень мала, то энергия распада практически полностью распределяется между электроном и антинейтрино.

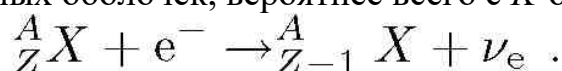
β^+ -распад. Аналогичный вид имеют реакция β^+ -распада



и его условие

$$E_\beta = M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_e > 0 .$$

e-захват. В случае *e-захвата* ядро захватывает электрон с одной из ближайших к нему атомных оболочек, вероятнее всего с *K-оболочки*.



Реакция возможна при условии

$$E_\beta = M(A, Z) + m_e - M(A, Z - 1) > 0 .$$

Для отдельных ядер могут одновременно выполняться два или все три условия β -распада. Примером служит β -распад изотопа ${}^{204}\text{Tl}$ (рис. 1) При распаде ${}^{204}\text{Tl}$

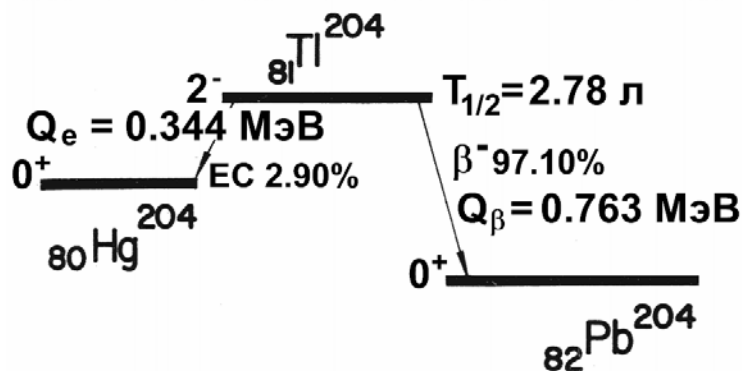


рис. 1: Схема распада ${}^{204}\text{Tl}$

- 97.10% ядер распадается по β^- -каналу с образованием изотопа ${}^{204}\text{Pb}$;
- 2.90% ядер претерпевает *e-захват*.

Период полураспада.

Периоды полураспадов β -активных ядер лежат в диапазоне $10^{-2} \text{ с} < T_{1/2} < 10^{16} \text{ лет}$.

Вероятность распада в сильной степени зависит от разности спинов материнского и дочернего ядер и тем меньше, чем больше эта разность.

Энергии частиц, образующихся при β -распаде.

Энергии E электронов и позитронов, вылетающих из ядра при β^\pm -распадах, лежат в диапазоне

$$2.64 \text{ кэВ } ({}^{187}_{75}\text{Re}) \leq E \leq 16.6 \text{ МэВ } ({}^{12}_7\text{N}) .$$

Ввиду того, что продуктами β -распадов являются три частицы - дочернее ядро, позитрон (электрон) и (анти)нейтрино, спектр β -частиц непрерывен (рис. 2). Средняя энергия электронов E составляет примерно $E \approx E_{\text{макс}}/3$. Для тяжёлых ядер $E \approx 0.25$ 4- 0.45 МэВ.

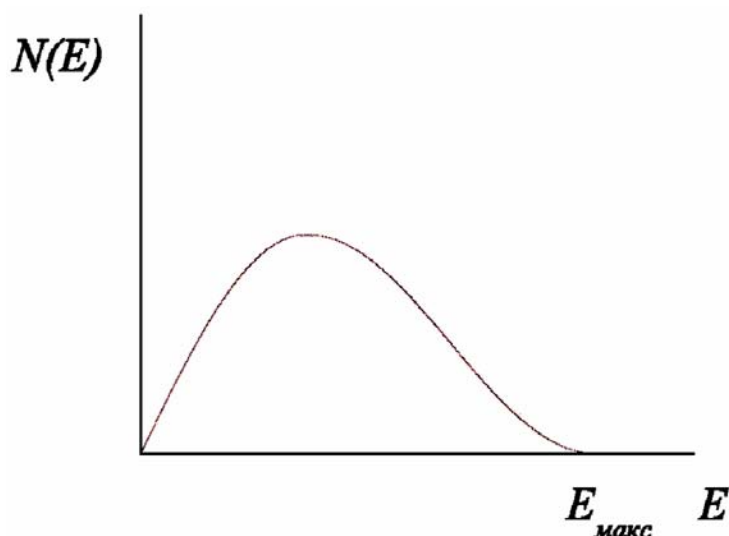


рис. 2: Спектр электронов при β -распаде — зависимость числа частиц $N(E)$ от энергии E

В случае e -захвата спектр вылетающих из ядра нейтрино моноэнергетичен.

Сложные распады. Относительно простой пример β -спектра, показанный на рис. 2, соответствует тому случаю, когда β -распад происходит на одно состояние конечного ядра. В этом случае закон радиоактивного распада имеет простой вид

$$dN = -\lambda N dt, \quad N(t) = N(0)e^{-\lambda t}, \quad T = \frac{\ln 2}{\lambda},$$

где $N(t)$ - число ядер данного радиоактивного вещества в момент времени t , а λ - постоянная распада.

Распады могут происходить на разные возбуждённые уровни конечного ядра, что приводит к усложнению формы β -спектра. В этом случае обычно приводят вероятности (в %) распада на различные возбуждённые состояния конечного ядра.

Если дочернее ядро нестабильно по отношению к β -распаду, то происходит ещё большее усложнение спектра регистрируемых частиц. Уравнения, описывающие динамику распада, в этом случае отражают баланс между увеличением числа дочерних ядер в результате распада материнских ядер и уменьшением их числа в результате β -распада

$$dN_1 = -N_1\lambda_1 dt, \quad dN_2 = N_1\lambda_1 dt - N_2\lambda_2 dt.$$

Индексами 1 и 2 обозначены величины, относящиеся к материнскому и дочернему ядрам соответственно. Интегральные соотношения имеют вид

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}, \quad N_2(t) = \frac{N_1(0)\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2(0)e^{-\lambda_2 t}.$$

Если $\lambda_1 \ll \lambda_2$, как, например, это имеет место в случае распада ^{90}Sr (см. рис. 3), то соотношение между числами ядер во время $t \gg T_2$ равно

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 .$$

В этом случае говорят, что наступило **вековое равновесие**. Так как число распадов в единицу времени (активность) равно λN , то полученное соотношение векового равновесия означает равенство активностей материнского и дочернего веществ.

Для приведённого примера это означает, что спектр вылетающих электронов является суммой β -спектров стронция-90 и иттрия-90, имеющих одинаковую интегральную интенсивность. Спектр иттрия-90 в свою очередь образуется двумя β -распадами, идущими на основной и возбуждённый уровни ядра циркония-90. Основной вклад (99 %) вносят переходы на основной уровень. Переход с возбуждённого уровня ^{90}Zr на основной осуществляется путём испускания γ -квантов.

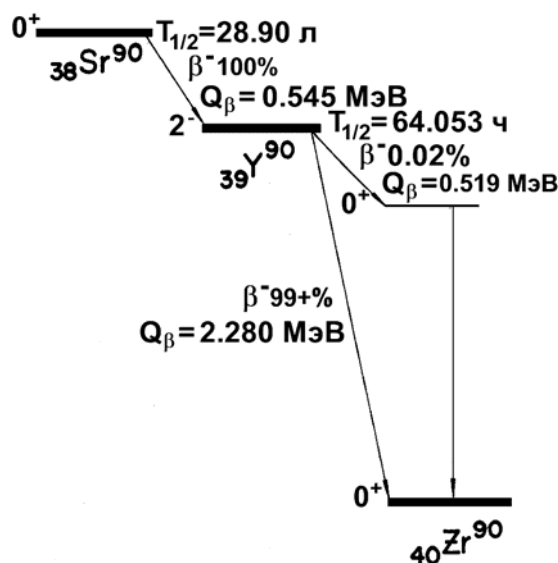


Рис. 3: Схема распада ^{90}Sr

Вероятность бета-распада

Вероятность бета-распада определяется 1) кинетической энергией излучаемых частиц и 2) моментами количества движения, уносимыми излучением.

Правило Сарджента. При больших энерговыделениях Q_β вероятность β -распада

$$\lambda \sim Q_\beta^5 .$$

Такая зависимость вероятности от энерговыделения характерна не только для бета-распада, но и для других слабых распадов.

Бета-распады разделяются на разрешенные и запрещенные, различающиеся вероятностями переходов. К разрешенным переходам относятся переходы, при которых суммарный орбитальный момент l , уносимый электроном и нейтрино, равен нулю. Запрещенные переходы подразделяются по порядку запрета, который определяется орбитальным моментом l . Если $l_{\min} = 1$, то это запрещенный переход первого порядка, $l_{\min} = 2$ - второго порядка и т.д. При прочих равных условиях отношения вероятностей вылета частицы с орбитальными моментами $l = 0$ (w_0) и $l \neq 0$ (w_l)

$$w_l/w_0 \simeq (R/\lambda)^{2l} ,$$

где R - радиус ядра, λ - длина волны.

Бета-распады также делятся на переходы типа Ферми, при которых спины вылетающих лептонов антипараллельны, и типа Гамова - Теллера, при которых спины вылетающих лептонов параллельны.

Правила отбора для полного момента и четности в случае бета-распада можно записать в виде

$$|J_i - J_f| \leq |\vec{s}_e + \vec{s}_\nu + l| \leq J_i + J_f,$$

$$P_i = P_f (-1)^l,$$

где l - суммарный орбитальный момент пары лептонов, J_i, P_i, J_f, P_f - спины и четности начального и конечного ядер, \vec{s}_e, \vec{s}_ν - спины лептонов. Вероятность бета-переходов в основном определяется минимальным орбитальным моментом пары лептонов l_{\min} , удовлетворяющим правилам отбора.

3. Взаимодействие электронов и позитронов с веществом

При прохождении через вещество электроны теряют свою энергию вследствие электромагнитного взаимодействия с электронами и атомными ядрами поглотителя. Для электронов с относительно малой энергией (меньше так называемой критической) потери энергии обусловлены, как и для тяжелых заряженных частиц, ионизацией и возбуждением электронов тормозящего вещества – ионизационными потерями. При энергиях электрона, превышающих критическую, наиболее существенным становится другой механизм взаимодействия – испускание электромагнитного тормозного излучения в электрических полях ядер поглотителя – радиационные потери. Согласно классической электродинамике заряд, испытывающий ускорение a , излучает энергию. Мощность излучения W определяется соотношением

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3}$$

Ускорение частицы с зарядом ze и массой m , пролетающей на расстоянии b от атомного ядра с зарядом Ze , можно оценить как

$$a \approx \frac{1}{m} \frac{Zze^2}{b^2}$$

Ускорение заряженной частицы в полях атомных ядер пропорционально произведению заряда ядра на заряд частицы и обратно пропорционально массе частицы. Поэтому, например, энергия, излучаемая при торможении протона, меньше энергии, излученной электроном в том же тормозящем поле, в $\sim 3,5 \cdot 10^6$ раз. По этой причине радиационные потери, играющие важную роль в торможении электронов высокой энергии, практически не возникают при прохождении через вещество тяжелых заряженных частиц. Для электронов удельные (т.е. рассчитанные на единицу длины пути) радиационные потери растут с увеличением энергии электрона и пропорциональны квадрату заряда ядра поглотителя. Энергия электрона, при которой удельные радиационные потери становятся равными удельным ионизационным потерям, называется критической. Из табл. 1 видно что критические энергии для легких

поглотителей составляют несколько десятков МэВ, т. е. намного превышают энергию электронов β -распада.

Таблица 1. Критические энергии для некоторых веществ

Вещество	Критическая энергия $E_{\text{крит}}, \text{МэВ}$
H (жидкость)	278.02
Воздух	87.92
Ar (жидкость)	32.84
C (графит)	81.74
Al	42.7
Fe	21.68
Cu	19.42
Pb	7.43

Таким образом, за поглощение электронов β -распада в легких поглотителях, например алюминии, ответственны только ионизационные потери.

Величина ионизационных потерь энергии на единицу длина пути описывается соотношением

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^4 z_1^2}{m_e v^2} ZNB$$

где $z_1 e$ – заряд частицы, v – ее скорость, N – число атомов в 1 см^3 поглотителя, Z – его атомный номер, m_e – масса электрона. Коэффициент торможения B в нерелятивистском диапазоне энергии есть логарифмическая функция скорости частицы, среднего потенциала ионизации атомов поглотителя и приведенной массы взаимодействующих частиц. Однако в области нерелятивистских энергий влияние логарифмической функции B на ход зависимости ионизационных потерь от энергии мало, так что

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} \sim \frac{1}{v^2}.$$

Зависимость ионизационных потерь от материала поглотителя определяется концентрацией электронов в поглотителе ZN (влияние величины потенциала ионизации атомов поглотителя в коэффициенте торможения B практически несущественно) Часто вводят величину удельных ионизационных потерь, (отнесенную не к единице длины x (см), а к величине $x\rho$ (г/см²) где ρ – плотность поглотителя.

$$\frac{ZN}{\rho} = N_A \frac{Z}{A},$$

где N_A — число Авогадро.

Длина пробега заряженной частицы равна пути, на котором первичная кинетическая энергия частицы растрачивается за счет взаимодействия со средой, т. е.

$$R = \int_0^{E_0} \frac{dE}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)}.$$

Пробеги измеряются либо в единицах длины, либо в г/см^2 (мг/см^2), причем $R[\text{г/см}^2] = R[\text{см}] \cdot \rho[\text{г/см}^3]$.

Отсюда следует, что пробег частицы есть функция ее кинетической энергии, поэтому измерения длин пробегов частиц позволяют определить их кинетические энергии.

Рассеяние электронов. Для тяжёлой нерелятивистской заряженной частицы ввиду большой величины её массы и малости пробега, средний угол рассеяния невелик, и траектория практически прямолинейна. Сравнительно небольшая масса электронов существенно сказывается на характере их движения в веществе. При столкновении с атомными электронами и ядрами электроны часто и значительно отклоняются от первоначального направления движения и двигаются по извилистой траектории (рис. 4 б). Таким образом, для электронов процесс многократного рассеяния на атомах вещества должен существенно сказываться на их пробеге.

В результате многократного рассеяния направление движения электрона значительно отклоняется от исходного, и полная длина пути электрона может в 1.5-4 раза превосходить пробег, понимаемый как расстояние, проходимое электроном в направлении первоначального движения.

На рис. 5 показано, как изменяет-

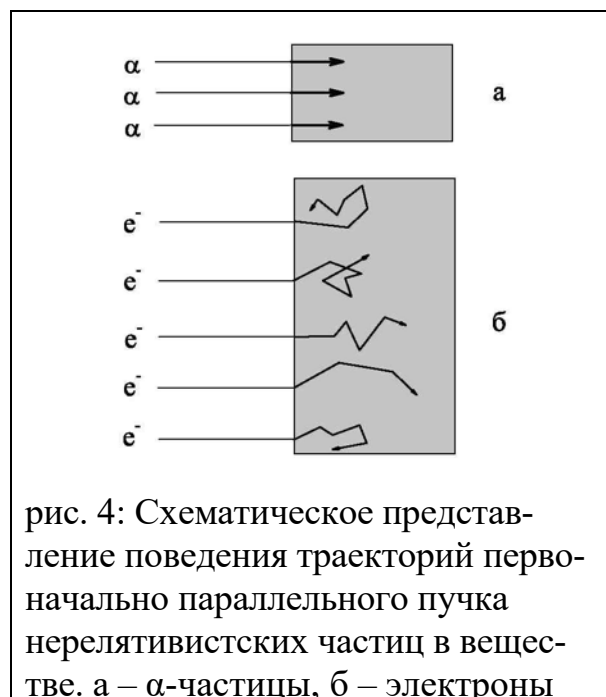


рис. 4: Схематическое представление поведения траекторий первоначально параллельного пучка нерелятивистских частиц в веществе. а – α -частицы, б – электроны

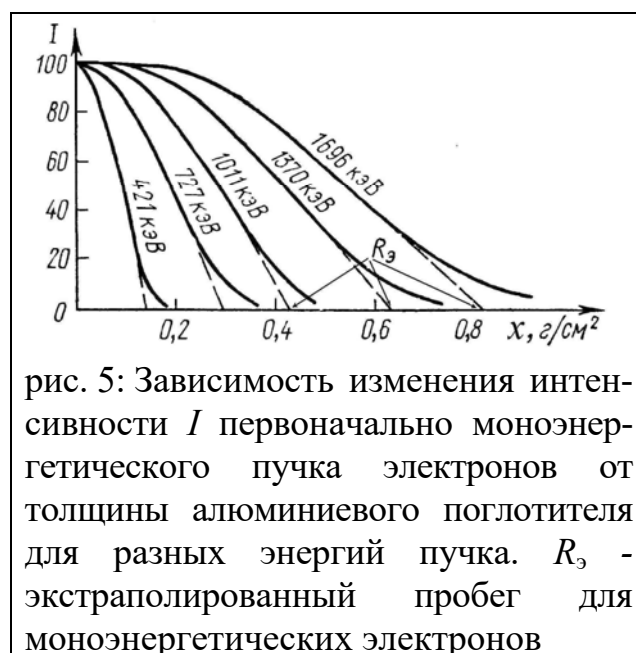


рис. 5: Зависимость изменения интенсивности I первоначально моноэнергетического пучка электронов от толщины алюминиевого поглотителя для разных энергий пучка. R_3 - экстраполированный пробег для моноэнергетических электронов

ся интенсивность I пучка первоначально моноэнергетичных электронов от длины пути x , пройденного ими в алюминии в направлении первоначального движения, для разных начальных энергий электронов. При больших энергиях ($E \gg m_e c^2 = 511 \text{ кэВ}$) рассеяние сравнительно невелико и основная часть электронов движется в первоначальном направлении. Их интенсивность в первоначальном направлении движения на начальных отрезках пути практически не меняется, что соответствует участкам плато на кривых поглощения. По мере увеличения пройденного расстояния и уменьшения энергии угол рассеяния электронов растёт, и их интенсивность в первоначальном направлении уменьшается. При малых энергиях направления движений электронов приобретают хаотический характер, а распространение пучка – характер диффузии (рис. 4 б). Процессы рассеяния электронов и потери ими энергии, ведущие к уменьшению интенсивности, носят вероятностный характер, что приводит к разбросу величин пробегов отдельных частиц. Поэтому для электронов в качестве средней величины пробегов вводится понятие **экстраполированный пробег**.

Экстраполированный пробег электронов β -распада. В случае пучка электронов радиоактивного β -источника, для которого характерен непрерывный спектр (см. рис. 6), уменьшение интенсивности пучка электронов происходит как за счёт рассеяния электронов, так и из-за последовательного выбывания из пучка электронов с меньшими начальными энергиями. Кривая поглощения пучка в этом случае (рис. 6) представляет собой сумму моноэнергетических кривых, аналогичных кривым на рис. 5.

На кривой поглощения в этом случае отсутствует линейный участок, что не позволяет определить экстраполированный пробег электронов β -источника так же, как в случае моноэнергетического пучка (рис. 5). Однако, распределение электронов, испускаемых β -источником, по энергии таково, что линейный участок можно выделить на кривой поглощения, построенной в полулогарифмическом масштабе. Экстраполированный пробег определяется в этом случае, как толщина поглотителя, при которой продолжение линейного участка зависимости логарифма полной интенсивности $I = I_\beta + I_\phi$ от толщины поглотителя x . $\ln I(x)$ пересекает уровень фона - $\ln I_\phi$ (рис. 7). Здесь удобно брать именно полную интенсивность, чтобы не усложнять практическое определение пробега из-за расходимости значения $\ln I_\beta$ при малых I_β .

Экстраполированные пробеги в г/см^2 электронов с энергией E (МэВ) в алюминии можно определить по формулам:

$$R(\text{Al}) = 0.4 E^{1.4}, \text{ при } E < 0.8,$$

$$R(\text{Al}) = 0.54 E - 0.133, \text{ при } E > 0.8.$$

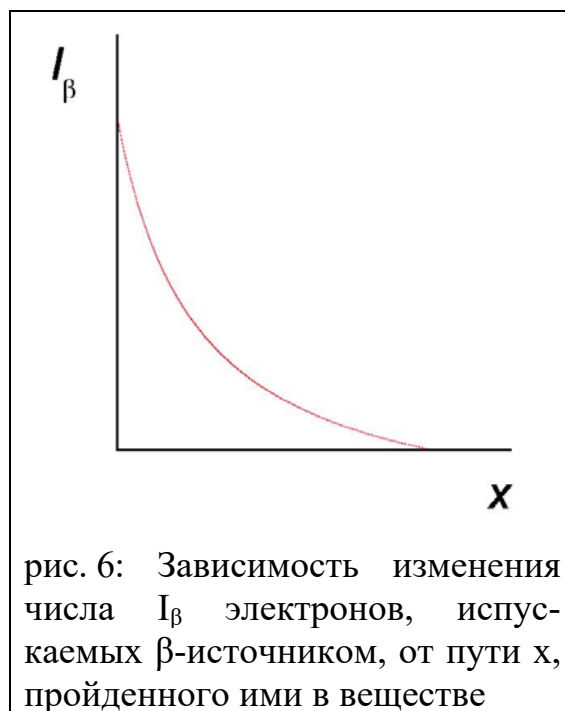


рис. 6: Зависимость изменения числа I_β электронов, испускаемых β -источником, от пути x , пройденного ими в веществе

Экстраполированный пробег электронов в веществе с зарядом Z и массовым числом A связан с пробегом в алюминии следующим образом:

$$R(A, Z) = R(\text{Al}) \frac{(Z/A)_{\text{Al}}}{(Z/A)}$$

Отметим, что определение истинной длины пути частицы в веществе по толщине поглощающего слоя возможно только для тяжелых частиц, которые не испытывают заметного рассеяния в кулоновских полях ядер. Для электрона в отличие от тяжёлых заряженных частиц траектория в веществе не является прямолинейной. Влияние рассеяния на проникающую способность электронов особенно существенно в веществе с большим Z . В легких веществах влияние рассеяния меньше, но и здесь оно играет существенную роль.

Число электронов, прошедших поглотитель заданной толщины, является постепенно уменьшающейся функцией толщины фольги. Минимальная толщина поглотителя, который задерживает (поглощает) все β -частицы с начальной энергией E_β характеризует так называемый **эффективный пробег**.

Детально изучение энергетического спектра β -излучения производят спектрометрическими методами (магнитный β -спектрометр, кремниевый полупроводниковый детектор и т. д.). В тех случаях, когда требуется определить максимальную энергии β -спектра с точностью, не превышающей 5-10%, используют метод поглощения.

Взаимодействие позитронов с веществом. Взаимодействие позитронов в веществе описывается теми же соотношениями, что и для электронов. Необходимо дополнительно учесть эффекты аннигиляции налетающего позитрона с электроном вещества и исключить из расчётов эффект обмена. Сечение аннигиляции $\sigma_{\text{анниг}} \sim 1/v$, поэтому позитроны аннигилируют, практически потеряв всю свою энергию.

4. Порядок выполнения лабораторной работы

Для определения экстраполированного пробега электронов β -распада методом поглощения измеряют кривую поглощения β -излучения в веществе, т.е. измеряют, пользуясь набором тонких фольг, зависимость интенсивности I электронов, прошедших через фольгу, от толщины поглотителя.

Установка. Работу начинают с ознакомления с установкой. Установка состоит из радиоактивного источника, счётчика Гейгера, регистрирующего

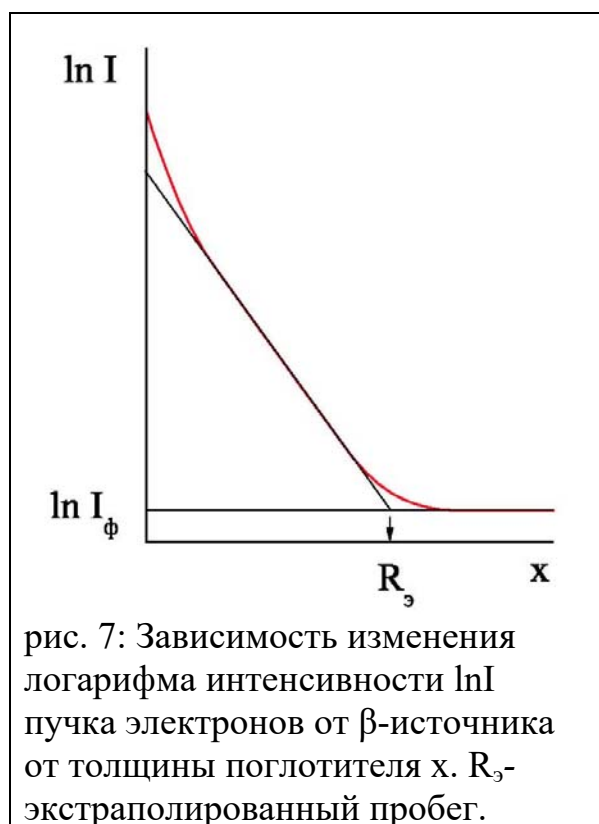


рис. 7: Зависимость изменения логарифма интенсивности $\ln I$ пучка электронов от β -источника от толщины поглотителя x . R_3 -экстраполированный пробег.

электроны, предусилителя, пересчётного устройства и блока питания. Размещение радиоактивного источника, поглотителей и счётчика в блоке счётчика показано на рис. 8.

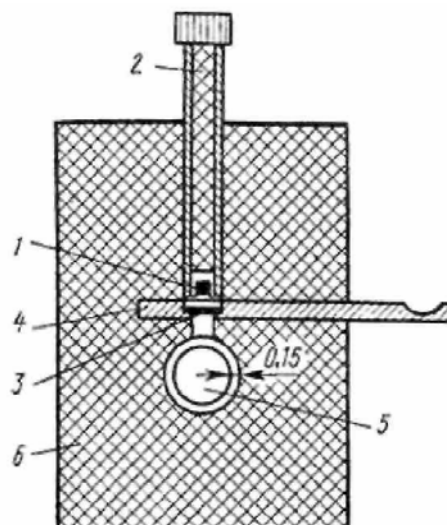


рис. 8: Схема блока счётчика Гейгера и радиоактивного β -источника. 1 – радиоактивный источник, 2 – держатель радиоактивного источника, 3 – поглотители, 4 – держатели для поглотителей, 5 – счётчик Гейгера, 6 – блок свинцовой защиты

Счётчик Гейгера (или счётчик Гейгера-Мюллера) – газонаполненный счётчик заряженных элементарных частиц, электрический сигнал с которого усилен за счёт вторичной ионизации газового объёма счётчика и не зависит от энергии, оставленной частицей в этом объёме.

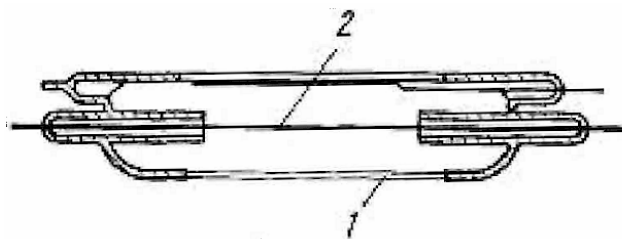


рис. 9. Цилиндрический счётчик Гейгера.

Конструктивно счётчик Гейгера представляет собой цилиндрический конденсатор, заполненный газом (обычно аргоном или неоном). К внутреннему электроду (тонкой металлической нити 2) приложен положительный потенциал, к внешнему (1) – отрицательный. За счёт высокой разности потенциалов на электродах счётчик Гейгера работает в таком режиме, когда достаточно появления в объёме детектора одного электрона, чтобы развился мощный лавинообразный процесс, обусловленный вторичной ионизацией (газовое усиление), который способен ионизовать всю область вблизи нити - анода. При этом импульс тока достигает предельного значения (насыщается) и не зависит от первичной ионизации. По существу, при попадании в счётчик Гейгера частицы в нём вспыхивает (зажигается) самостоятельный газовый разряд. При этом коэффициент газового усиления может достигать 10^{10} , а величина импульса десятков вольт.

Счётчики Гейгера обладают высокой чувствительностью к

ионизирующему излучению. Однако они не способны дифференцировать различные виды излучений, различать их энергии, поэтому они используются как детекторы интенсивности излучения.

Измерения. После ознакомления с установкой приступают к измерению кривой поглощения электронов β -распада в алюминии. Помимо электронов радиоактивного источника, счётчик регистрирует фон, образованный γ -квантами от источника, окружающих конструкций (стен и т.п.) и космических лучей, которые проходят через свинцовую защиту. Интенсивность электронов I_β уменьшается с увеличением толщины поглотителя x за счёт поглощения и рассеяния приблизительно по экспоненциальному закону. Интенсивность фона I_ϕ практически не зависит от толщины поглотителя. Поэтому на полулогарифмической зависимости полной интенсивности $I = I_\beta + I_\phi$ от толщины поглотителя - $\ln I(x)$ в области $I_\beta \gg I_\phi$ наблюдается прямолинейный участок. При увеличении толщины поглотителя регистрируемая интенсивность I стремится к I_ϕ .

Упражнение 1. Определение экстраполированного пробега.

Для определения экстраполированного пробега строится график зависимости логарифма интенсивности регистрируемых электронов от толщины поглотителя - $\ln I(x)$. Значения $\ln I$ откладываются с ошибками измерений.

Экстраполированный пробег R_0 находится путём аппроксимации линейного участка графика $\ln I(x)$ прямой и экстраполяцией её к линии фона. При определении пробега к полученной из экстраполяции величине следует прибавить толщину стенки счётчика, а также среднюю толщину слоя плёнки, предохраняющей препарат от осыпания.

За эффективный пробег электронов принимают экстраполированный пробег.

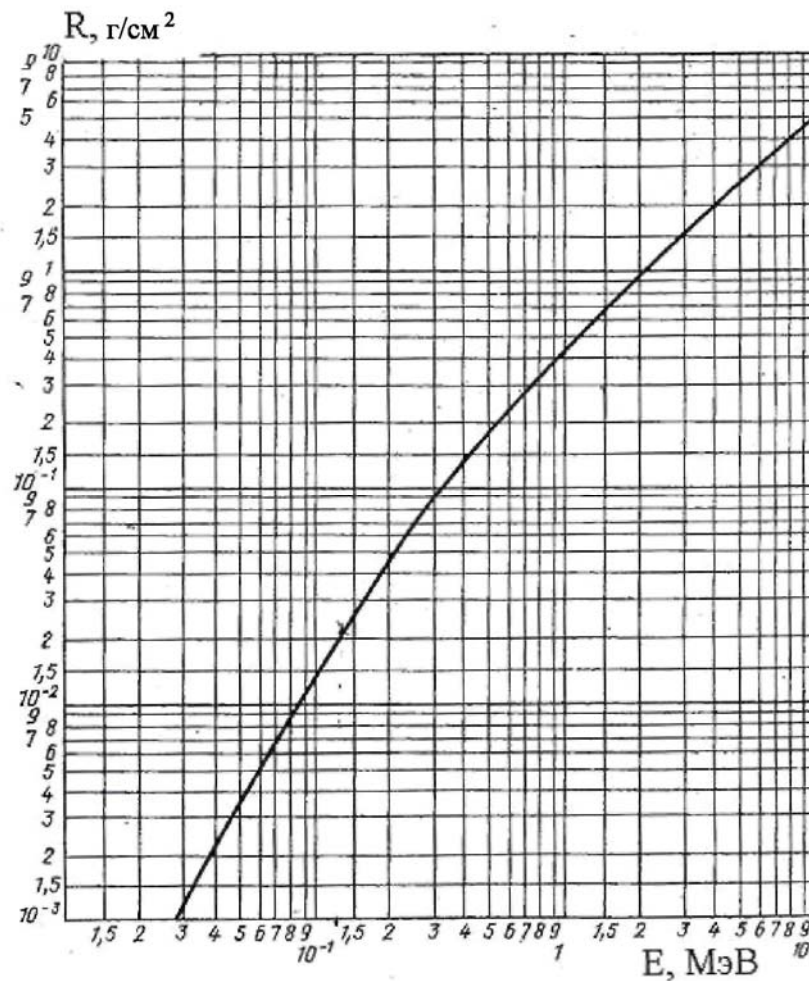


рис. 10: Зависимость экстраполированного пробега R электронов в алюминии от их энергии E

Упражнение 2. Определение верхней границы спектра производят с помощью специальных номограмм (рис. 11)

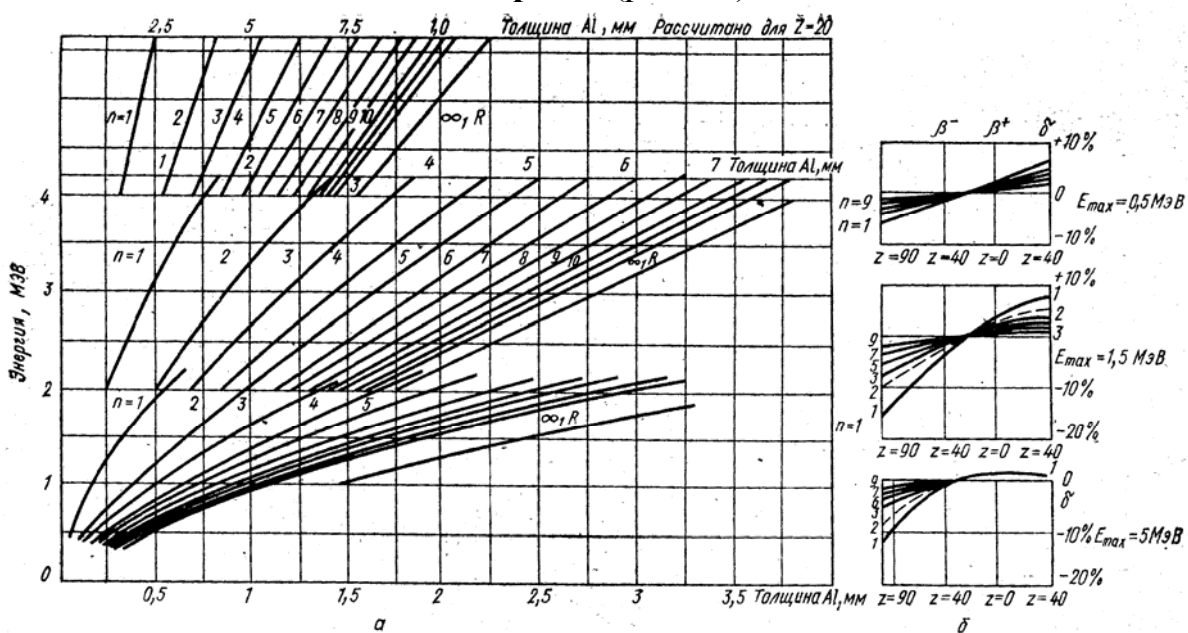


рис. 11. Номограммы: а) для нахождения максимальной энергии β -спектра методом поглощения (рассчитана для $Z = 20$); б) поправка на Z

Приведенные на рисунке 11 а кривые дают зависимость верхней границы β -спектра E_{\max} от толщины поглотителя d_n , ослабляющей интенсивность пучка β -частиц в 2^n раз (2, 4, 8, 16, 32 и т. д.). По оси ординат отложена энергия, соответствующая верхней границе β -спектра, по оси абсцисс – толщина алюминия. Абсцисса для нижних кривых указана внизу, для верхних – наверху, для средних кривых – над прямой линией, проведенной выше энергии 4 МэВ. Индексы на кривых ($n = 1, 2, 3, \dots$) указывают степень ослабления интенсивности (2^n раз).

Номограммы, строго говоря, применимы только для разрешенных β -спектров. Однако и в том случае, когда β -переход относится к типу запрещенных, нахождение верхних границ по номограммам дает, с точностью до ошибок опыта, правильный результат. В случае запрещенного β -спектра для разных n получаются различные значения E_{\max} , поэтому следует выбирать значения, соответствующие большим n . Номограммы относятся к случаю, когда заряд β -активного ядра-излучателя $Z = 20$. Если заряд ядра исследуемого β -активного вещества не равен 20 или его распад позитронный, необходимо ввести поправку, связанную с кулоновским взаимодействием излученной заряженной частицы с ядром-продуктом распада. Величину поправки устанавливают по графикам (см. рис. 11 б).

Определив величину максимальной энергии электронов без учета поправки на кулоновское взаимодействие, определяют с помощью схем распада изотоп, с которым производят измерения. Для идентификации препарата можно воспользоваться также результатами, полученными I способом.

Для данного Z по графикам находят величину поправки в процентах. Затем, зная толщину n -кратного поглощения $d_n(Z)$, найденную по кривой поглощения, и поправку δ , находят толщину n -кратного поглощения $d_n(20)$, соответствующую $Z = 20$:

$$d_n(20) = \frac{d_n(Z)}{1 + \delta}$$

По найденному значению $d_n(20)$ из номограмм определяют верхнюю границу β -спектра.

Нужно отметить, что описанные способы определения верхней границы методом поглощения дают совпадающие результаты только в случае простого β -спектра, когда распад β -активного ядра происходит всегда на один и тот же, например основной, уровень ядра-продукта. В случае сложного спектра со сравнимыми интенсивностями парциальных спектров можно определить только верхнюю границу парциального спектра с максимальной энергией, найдя практический пробег электронов по кривой поглощения.

Определяя верхнюю границу β -спектра с помощью номограмм (II способ), вносят результаты в таблицу для n от 1 до n_{\max} (максимально возможная величина n связана с точностью снятия кривой поглощения вблизи фона). Оценив Z препарата, находят величину поправки по графику (см. рис. 8 б), соответствующему величине верхней границы β -спектра. Определяют среднее значение максимальной энергии и находят величину среднеквадратичной ошибки.

5. Обработка результатов измерений

В настоящее время вместо «чистой» ошибки принято указывать доверительный интервал, в пределах которого с определенной вероятностью (доверительной вероятностью) можно ожидать значения исследуемых величин в условиях -предлагаемой методики измерения.

Для случайной величины x доверительный интервал $[\bar{x} - \Delta\xi; \bar{x} + \Delta\xi]$ соответствует доверительной, вероятности $(1 - \alpha)$, если

$$P(|x - \bar{x}| \leq \Delta\xi) = 1 - \alpha.$$

Вероятность $(1 - \alpha)$ называется также коэффициентом надежности, а величину α – уровнем значимости, Надежным критерием для оценки доверительного интервала при заданном уровне значимости является среднеквадратичное отклонение σ .

Остановимся на способах оценки \bar{x} и σ .

Допустим, что при измерениях получены результаты $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$. Тогда в качестве оценки среднего значения \tilde{x} и дисперсии $\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}$ принимают соотношения

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i,$$

$$\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \tilde{x})^2.$$

Усредненный результат серии измерения меньше отклоняется от точного значения, чем отдельные измерения; дисперсия среднего значения в n раз меньше дисперсии отдельных измерений, т. е.

$$\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \tilde{x})^2.$$

Соотношения (1) – (3) тем точнее, чем больше n .

Ограниченный объем экспериментального материала (случайная выборка малого объема) не позволяет с абсолютной точностью сделать суждения об истинных значениях x и σ . Поэтому было бы неправильно, вычисляя доверительный интервал, не делать поправку на его расширение за счет погрешностей, допускаемых в оценке x и σ , особенно при малом числе измерений.

Такую поправку обычно делают, используя дополнительные коэффициенты C_{an} – коэффициенты Стьюдента.

При заданной доверительной вероятности $1 - \alpha$ доверительный интервал при оценке \tilde{x} определяется как

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm C_{an} \tilde{\sigma}_{\tilde{x}},$$

где \bar{x} и $\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}$ находятся из соотношений (1) – (3), а коэффициенты C_{an} указаны в табл.2.

Таблица 2. Коэффициенты Стьюдента

Число измерений	$\alpha = 0,3$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,05$
2	2,0	3,1	6,3	12,7
3	1,3	1,9	2,9	4,3
4	1,3	1,6	2,4	3,2
5	1,2	1,5	2,1	2,8
6	1,2	1,5	2,0	2,6
7	1,1	1,4	1,9	2,5
8	1,1	1,4	1,9	2,4
9	1,1	1,4	1,9	2,3
10	1,1	1,4	1,8	2,3
∞	1,0	1,3	1,6	1,96

Традиционно доверительный интервал с доверительной вероятностью $P = 0,68 \approx 0,7$ называют среднеквадратичным (его размах совпадает со среднеквадратичным отклонением σ для нормального распределения), а его величина – среднеквадратичной ошибкой. Как следует из предыдущего, среднеквадратичная ошибка равна σ/\sqrt{n} (а не $\tilde{\sigma}_x$!).

Кроме того, в реальном статистическом материале результаты рассеяны шире, чем в нормальном распределении. Поэтому принято при оформлении результатов указывать помимо среднеквадратичного также интервал с большей доверительной вероятностью, например с $P = 0,95$.

Пример 1. В серии опытов получены три значения x (10,5; 10,0; 9,5).

Требуется оценить \tilde{x} и указать точность оценки.

Предполагаемое среднее $\tilde{x} = 10,0$. При этом $\tilde{\sigma}_x = 0,29$. При доверительных вероятностях 0,7 и 0,95 имеем $C_{0,3;3} = 1,3$ и $C_{0,05;3} = 4,3$. Таким образом, среднюю величину можно оценить как

$$\bar{x} = 10,0 \pm 0,38$$

при доверительной вероятности $P = 0,7$ и

$$\bar{x} = 10,0 \pm 1,25$$

при $P = 0,95$.

Вообще говоря, предыдущие оценки относятся к измерениям величин, подчиняющихся нормальному распределению. Но реальные физические распределения близки к нормальным (во всяком случае, подходящим преобразованием можно достичь необходимого сходства в наиболее важной области вблизи средних значений). Так, статистика радиоактивного распада описывается распределением Пуассона, которое уже при $A \geq 20$ практически совпадает с нормальным, но с характерной особенностью: среднее и дисперсия равны. Это обстоятельство позволяет оценить параметры распределения на основании однократного непрерывного измерения. Действительно, используя предыдущие данные, можно предположить следующие оценки средней интенсивности источника радиоактивного излучения. Если в течение интервала

времени t сосчитано N_3 частиц, средняя интенсивность предполагается равной ν , то при $N_3 \gg 1$ доверительный интервал, соответствующий оценке ν по данному N_3 , находится согласно общей методике: вероятность P того, что отклонение $|N_3 - \nu t| < C_{\alpha, \infty} \sqrt{\nu t}$, равна доверительной вероятности $1 - \alpha$, т. е.,

$$P(|N_3 - \nu t| \leq C_{\alpha, \infty} \sqrt{\nu t}) = 1 - \alpha,$$

если границы интервала, т. е. коэффициенты $C_{\alpha, \infty}$, находятся из табл. (при $n = \infty$, так как $N_3 \gg 1$). Отсюда среднее значение может быть оценено как

$$\nu = \frac{N_3}{t} \left(1 + \frac{C_{\alpha, \infty}^2}{2N_3} \pm \frac{C_{\alpha, \infty}}{\sqrt{N_3}} \right). \quad **$$

Сдвиг среднего значения обусловлен зависимостью дисперсии распределения от средней интенсивности.

Соотношение (***) определяет число регистрируемых частиц, необходимое для достижения требуемой точности. Так $N_3 = 10^2$ гарантирует ошибку в 10% при $C_{\alpha, \infty} = 1$, т. е. при $\alpha = 0,3$, а при $N_3 = 10^4$ ошибка не превышает 1%.

Пример 2. Рассмотрим измерение верхней границы энергии β -спектра методом поглощения, когда энергия оценивается по номограмме по точкам последовательного двукратного ослабления пучка.

Нелишнее здесь еще раз подчеркнуть, что разброс вычисляемых значений E_1, \dots, E_n вызван многими причинами. Действительно, хотя относительную неопределенность в измерениях интенсивности пучка можно гарантировать, набрав «необходимую статистику счета», погрешности, возникающие из-за случайных колебаний чувствительности прибора, при измерении толщины поглотителей, последующей обработке и т. п. не всегда поддаются контролю. Поэтому для оценки величины верхней энергии целесообразно обратиться к формулам

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i, \quad \sigma_{\bar{E}}^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2,$$

указав доверительный интервал при данном уровне значимости.

6. Контрольные вопросы и задачи

1. Используя выражения для энергий β^{\pm} -распадов и e -захвата, в которых используются массы ядер, получить соответствующие выражения, в которых используются массы атомов.
2. Рассчитать максимальную энергию электронов β -распада ^{32}P .
3. Как оценить максимальную энергию ядра отдачи при β -распаде.
4. Считая известной форму β -спектра электронов β -распада, построить спектр антинейтрино, излучённых в β -распаде.
5. Исследовать устойчивость ядра ^{36}Cl к β -распаду.

6. По массам соседних изобар $A = 40$ определить возможные типы распадов и найти энергии переходов в МэВ.
7. Определить энергию отдачи ядра лития, образующегося в основном состоянии в результате e -захвата из ядра ${}^7\text{Be}$.
8. Вычислить верхнюю границу β -спектра распада ${}^{137}\text{Cs}$, учитывая, что дочернее ядро ${}^{137}\text{Ba}$ образуется в возбужденном состоянии и энергия излучаемых им γ -квантов равна 0,67 МэВ.
9. Оценить среднюю энергию, уносимую антинейтрино при β -распаде ${}^{204}\text{Tl}$. Среднюю энергию электронов β -распада считать равной $1/3 E_{\text{max}}$.
10. Объяснить, пользуясь схемой распада ядра ${}^{90}\text{Y}$ (рис. 3), почему в результате β -распада вероятность образования ядра-продукта в основном состоянии существенно больше, чем в возбужденном.
11. Определить тип и порядок запрета бета-распадов ${}^{204}\text{Tl}$ (рис. 1).